

Каргаполов А. С.

РАЗДЕЛИТЕЛЬНАЯ МОЩНОСТЬ ДЛЯ ОБОГАЩЕНИЯ БОРА В ГАЗОВОЙ ЦЕНТРИФУГЕ

Аннотация. It is well-known that the boron isotope ^{10}B is used as a neutron absorber for nuclear reactors. So it's of interest to consider an isotope separation by means of gas centrifuges. Unlike the enrichment of uranium hexafluoride in the separation of boron trifluoride, it is necessary to take into account the friction of rotating gas against motionless central body. It has been founded that the interaction between gas and real size central body slightly reduces the separating power, providing the possibility of boron isotopes production by centrifuges.

Ключевые слова: concurrent gas centrifuge, boron separation, central body, separative power.

Abstract. Разделение изотопов бора в газовых центрифугах в сравнении с обогащением урана осложняется тем, что летучие соединения бора легче соединений урана и вследствие этого взаимодействуют с центральным телом. В настоящей работе выясняется вопрос влияния центрального тела на эффективность процесса разделения.

Keywords: прямоточная газовая центрифуга, разделение бора, центральное тело, разделительная мощность.

Введение

Для развития атомной энергетики необходим изотоп бора ^{10}B (содержание в природном образце 19,2%), который, в частности, используется в качестве поглотителя нейтронов для реакторов БН-600 и БН-800. В России промышленное производство изотопов бора отсутствует [1].

Наиболее экономичным промышленным способом разделения изотопов, имеющих летучие соединения, является центробежное разделение. Метод хорошо изучен для тяжелых газов, таких как гексафторид урана, но требует дополнительного теоретического анализа для более легких газов. Это связано с различной зависимостью равновесной плотности газа от радиальной координаты [2]:

$$\rho(r) = \rho_a \exp \left(A \cdot \left(\frac{r^2}{a^2} - 1 \right) \right) \quad (1)$$

где ρ_a – плотность газа на стенке, $A = \frac{MV^2}{2RT}$, M – молярная масса газа, V – линейная скорость ротора центрифуги, a – радиус ротора, R – универсальная газовая постоянная, T – температура рабочего газа.

Из формулы (1) видно, что наиболее существенное отличие в поведении газов наблюдается вблизи оси вращения, где располагается штанга для подачи и отбора газа. Режим течения гексафторида урана вблизи оси

вращения является свободномолекулярным и взаимодействием газа со штангой можно пренебречь [2]. Напротив, трифторид бора в указанной области остается сплошной средой, интенсивно взаимодействующей со штангой. Цель данной работы – исследование влияния торможения трифторида бора на центральном теле на эффективность разделения.

Постановка задачи

На Рисунке 1 представлена схема наиболее простой в реализации прямоточный центрифуги с радиусом ротора a , высотой H и осью вращения z . На оси ротора расположено непроницаемое для газа центральное тело радиусом r_0 .

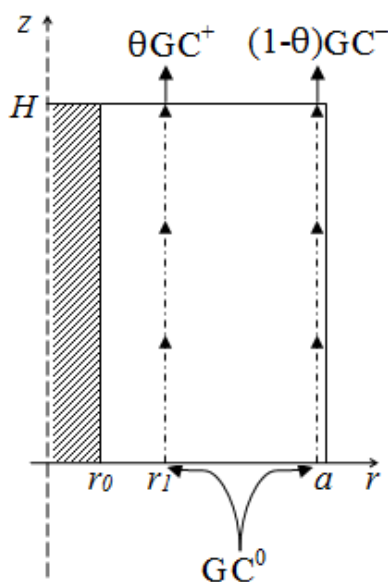


Рисунок 1 – Схема прямоточной центрифуги центральным телом в цилиндрической системе координат.

Введены обозначения: r_1 – радиус подачи питания и отбора обогащенного легким изотопом потока, a – радиус подачи питания и отбора обедненного потока. G – поток питания, θ – коэффициент деления потока питания, C^0 – концентрация ценного изотопа в потоке питания, C^+ – концентрация ценного изотопа в обогащенном потоке, C^- – концентрация ценного изотопа в обедненном потоке.

Осевые транзитные потоки считаются сосредоточенными в узких цилиндрических слоях, радиальными потоками пренебрегаем. Таким образом, в объёме центрифуги можно выделить две характерные области: в зоне $r_0 < r < r_1$ радиального переноса изотопа нет, в зоне $r_1 < r < a$ между потоками существует радиальный перенос изотопа. С точки зрения процесса

разделения нужно стремиться к тому, чтобы между потоками градиент давления был наибольшим, из этого следует, что второй поток располагается у стенки. Радиальное положение первого потока подлежит оптимизации.

Распределение давления с учетом влияния центрального тела

Движение сплошной среды описывается системой уравнений Навье-Стокса [3]. В цилиндрической системе при изотермических условиях и слабом возмущении азимутальной скорости потоками питания уравнения принимают вид:

$$\left(\frac{\partial^2 V_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} - \frac{V_\varphi}{r^2} \right) = 0,$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \rho \frac{V_\varphi^2}{r},$$

$$\rho = \frac{PM}{RT},$$
(2)

где V_φ – азимутальная составляющая линейной скорости, P – давление.

Центральное тело вносит изменение лишь в граничные условия задачи. Так как газ является сплошной средой во всем объёме, должны выполняться – условия прилипания к стенкам центрифуги:

$$V_\varphi(r_0) = 0, \quad V_\varphi(a) = V, \quad P(a) = P_a,$$
(3)

где P_a – давление газа на стенке. Решая первое уравнение системы (2) с учетом граничных условий (3). Получаем профиль скоростей и давления по радиусу:

$$V_\varphi(r) = \frac{V}{a^2 - r_0^2} \left(r - \frac{r_0^2}{r} \right),$$
(4)

$$P(r) = P_a \exp \left[\frac{A}{\left(1 - r_0^{*2} \right)^2} \left(\frac{r^2}{a^2} \left(1 - \frac{r_0^4}{r^4} \right) - \left(1 - r_0^{*4} \right) - 4r_0^{*2} \ln \frac{r}{a} \right) \right],$$
(5)

где $r_0^* = \frac{r_0}{a}$.

Решение уравнения диффузии

Процесс переноса ценного изотопа управляется уравнением конвективной диффузии [4]:

$$\operatorname{div}(\rho \vec{v} C + \vec{J}) = 0, \quad (6)$$

где $\rho \vec{v} C$ – плотность конвективного потока, \vec{J} – плотность диффузионного потока, C – концентрация ценного изотопа.

Предположим, что в осевом направлении конвективный поток намного больше диффузионного, а в радиальном диффузионный поток намного больше конвективного, тогда (6) принимает вид:

$$\rho D \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial C}{\partial r} + C(1-C) \frac{\Delta M}{M} \frac{\partial \ln P(r)}{\partial r} \right) - \rho V_z \frac{\partial C}{\partial z} = 0, \quad (7)$$

где ΔM – разность молярных масс тяжелого и легкого изотопа, ρD – произведение плотности на коэффициент диффузии газа, которое остается постоянным в всем объеме, давление $P(r)$ определено функцией (5). Граничные условия на поверхностях ротора и центрального тела имеют вид:

$$\begin{aligned} J_r(a, z) &= 0 \\ J_r(r_0, z) &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

В общем случае аналитическое решение уравнения в частных производных (7) невозможно. Однако в модели сосредоточенных потоков можно получить обыкновенно дифференциальное уравнение для концентраций вдоль первого и второго потоков:

$$C_1(z) = C(r_1, z), \quad C_2(z) = C(a, z)$$

Плотность гидродинамического потока массы в модели сосредоточенных потоков может быть задана следующей функцией:

$$\rho V_z(r) = \frac{\theta G}{2\pi r_1} \delta(r - r_1) + \frac{(1-\theta)G}{2\pi a_2} \delta(r - a) \quad (9)$$

Умножая на r , а затем, интегрируя в пределах $r_1 < r < a$ выражение (7), подставляя зависимость конвективного потока, получим соотношение, связывающее концентрации вдоль первого и второго потоков:

$$\frac{\theta G}{2\pi} \frac{\partial C(r_1, z)}{\partial z} + \frac{(1-\theta)G}{2\pi} \frac{\partial C(a, z)}{\partial z} = 0 \quad (10)$$

и решая дифференциальное уравнение (10) при граничных условиях:

$$C_1(0) = C_2(0) = C_0, \quad (11)$$

где C_0 – концентрация ценного изотопа в потоке питания, получаем:

$$C_2(z) = C_0 - \frac{\theta}{1-\theta} (C_1(z) - C_0). \quad (12)$$

Получим уравнение для концентрации $C_1(z)$. Для этого проинтегрируем равенство (7) в интервале $r_1 < r' < r$ по переменному верхнему пределу, получим:

$$\frac{\partial C(r, z)}{\partial r} + C(1-C) \frac{\Delta M}{M} \frac{\partial \ln P(r)}{\partial r} = \frac{1}{\rho D r} \frac{\theta G}{2\pi} \frac{\partial C_1(z)}{\partial z}. \quad (13)$$

Проинтегрируем уравнение (13) по радиусу в интервале $r_0 < r < a$.

$$C_2(z) - C_1(z) = -C_0(1-C_0) \Delta A \left[g(1) - g(r_1^*) \right] - \frac{\theta G}{2\pi \rho D} \frac{\partial C_1(z)}{\partial z} \ln r_1^*, \quad (14)$$

где $\Delta A = A \frac{\Delta M}{M}$, $r^* = \frac{r}{a}$, $r_1^* = \frac{r_1}{a}$,

$$g(r^*) = \frac{r^{*2} \left(1 - \frac{r_0^{*4}}{r^{*4}} \right) - 4r_0^{*2} \ln(ar^*)}{(1 - r_0^{*2})^2}. \quad (15)$$

(15) При получении (14) принят во внимание малый эффект разделения рассматриваемых изотопов по радиусу и высоте. Отличие концентрации от начальной концентрации незначительно, поэтому можно заменить множитель $C(1-C)$ комплексом $C_0(1-C_0)$. С помощью (12), исключая из (14) концентрацию $C_2(z)$, получаем уравнение для концентрации $C_1(z)$:

$$\frac{dC_1}{dz} + \alpha(G)(C_1 - C_0) = \beta, \quad (16)$$

где $\alpha(G)$, β – коэффициенты, обозначающие

$$\alpha(G) = -\frac{2\pi \rho D}{\theta(1-\theta)G \ln(r_1^*)}, \quad \beta = -\frac{2\pi \rho D \Delta A \left[g(1) - g(r_1^*) \right]}{\theta G \ln(r_1^*)}.$$

Решением уравнения (16) с граничными условиями (11) является зависимость:

$$C_1(z) = C_0 + (1 - \theta)C_0(1 - C_0)\Delta A \left[g(1) - g(r_1^*) \right] \left(1 - \exp\left(-\alpha(r_1^*)z\right) \right). \quad (17)$$

Расчет разделительной мощности

Плотность производства ценности равна [2]

$$\sigma(r, z) = \frac{1}{(C_0(1 - C_0))^2} (\vec{\nabla} C \cdot \vec{J}) \approx \frac{1}{(C_0(1 - C_0))^2} \left(\frac{\partial C}{\partial r} \cdot J_r \right), \quad (18)$$

где

$$J_r = \rho D \left(\frac{\partial C(r, z)}{\partial r} + C(1 - C) \frac{\Delta M}{M} \frac{\partial \ln P(r)}{\partial r} \right) = \frac{\theta G}{2\pi r} \frac{dC_1(z)}{dz},$$

$$\frac{\partial C(r, z)}{\partial r} = -C(1 - C) \frac{\Delta M}{M} \frac{\partial \ln P(r)}{\partial r} + \frac{\theta G}{2\pi r D} \frac{dC_1(z)}{dz}.$$

Полная разделительная мощность центрифуги представляет собой интеграл по ее объему от соотношения (18):

$$\delta U = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^H \left(\int_{r_0}^a \sigma(r, z) r dr \right) dz. \quad (22)$$

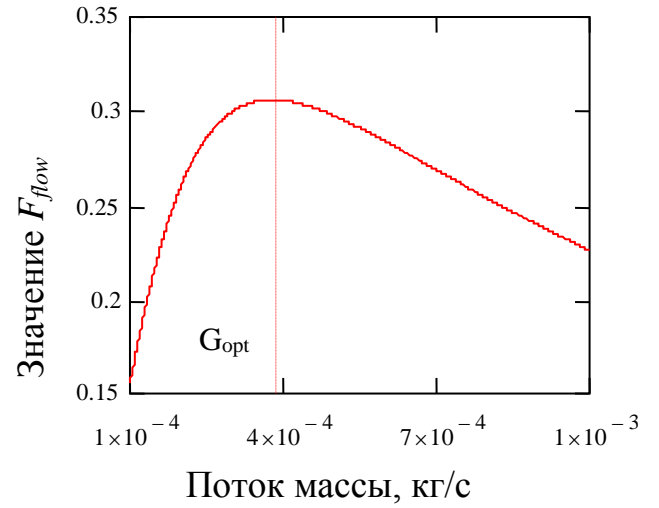
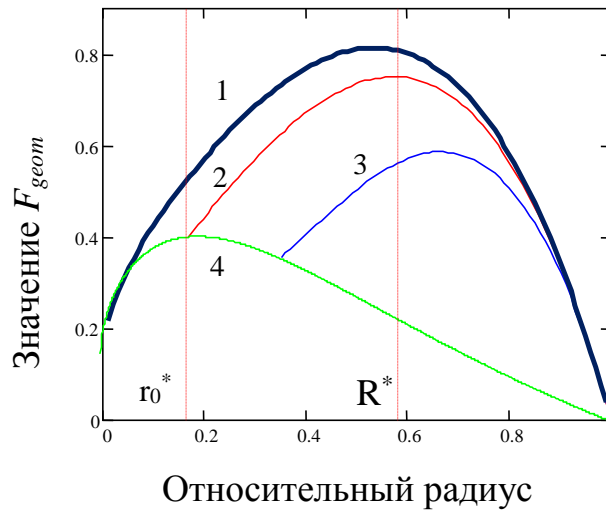
Подставляя в (18) формулы (19), (20), (21) и интегрируя по правилу (22), получаем функцию для оптимизации от точки подачи питания

$$\delta U(r_1^*, G) = \pi \rho D H (\Delta A)^2 F_{geom}(r_1^*) F_{flow}(G), \quad (23)$$

где функция $F_{geom}(r_1^*) = \frac{\left[g(1) - g(r_1^*) \right]^2}{\ln(r_1^*)}$ определяет оптимальный радиус r_1^* , а

функция $F_{flow}(G) = \frac{[1 - \exp(-\alpha(G)H)]^2}{\alpha(G)H}$ задает оптимальную величину потока.

Из Рисунка 2а видно, что эффективность разделения увеличивается с уменьшением радиуса центрального тела r_0 , а $F_{geom}(r_1^*)$ при заданном r_0 имеет максимум $F_{geom}(R^*) = 0.751$ в точке $R^* = 0.572$, которая определяет оптимальное радиальное положение первого потока.



а) $F_{geom}\left(r_1^*\right):$

- 1) Центральное тело отсутствует $r_0^*=0$.
- 2). $r_0^*=0.167$. 3) $r_0^*=0.333$. 4) Первый поток подается по стенке центрального тела $r_0^*=r_1^*$

б) $F_{flow}(G)$

Рисунок 2 – Оптимизация разделительной мощности

Из Рисунка 2б следует, что $F_{flow}(G_{opt})=0.40$, а оптимальная величина потока питания $G_{opt}=3.782 \cdot 10^{-4} \frac{\text{кг}}{\text{с}}$.

Таким образом, максимальна разделительная мощность для рассматриваемой модели, равна:

$$\delta U\left(R^*, G_{opt}\right)=\pi \rho D H(\Delta A)^2 F_{geom}\left(R^*\right) F_{flow}\left(G_{opt}\right) T=1.467 \frac{E P P}{z o d},$$

где $T=3.154 \times 10^7$ секунд в году.

Найденные оптимальные величина потока и радиус подачи питания позволяют найти поле концентрации ценного изотопа при реализации максимальной разделительной мощности.

Поле концентраций

Зависимость для концентрации имеет разный вид в разных областях в связи с отсутствием диффузионного потока в области между r_0 и r_1 . Учитывая это, правая часть (13) равна нулю. Интегрируя (13) по переменному пределу от r до r_1 , затем подставляя вид $C_1(z)$ из (17) и проделывая простые математические действия, получим:

$$C(r^*, z) = C_0 + C_0(1 - C_0)\Delta A \left((1 - \theta) \left(1 - \exp(-\alpha(G_{opt})z) \right) \left[g(1) - g(R^*) \right] - \left[g(r^*) - g(R^*) \right] \right) \quad (24)$$

Аналогично, в зоне присутствия диффузионного потока интегрирование выражения (21) от r_l до r дает:

$$C(r^*, z) = C_0 + C_0(1 - C_0)\Delta A(1 - \theta) \left(1 - \exp(-\alpha(G_{opt})z) \right) \left[g(1) - g(R^*) \right] - C_0(1 - C_0)\Delta A(1 - \theta) \left(\left(\log_{R^*}(r^*) - 1 \right) \exp(-\alpha(G_{opt})z) \left[g(1) - g(R^*) \right] - \left[g(r^*) - g(R^*) \right] \right) \quad (25)$$

Вначале рассмотрим поведение функции концентрации в зависимости от радиуса на фиксированной высоте подачи и отбора газа (Рис. 3).

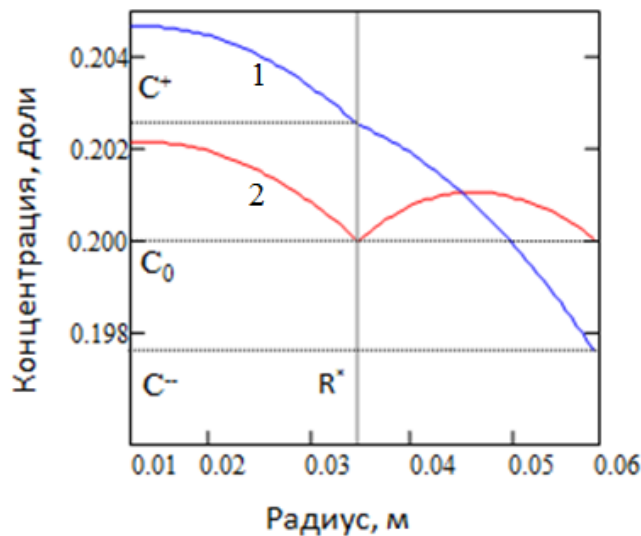


Рисунок 3 – Зависимость концентрации от радиуса: при $z = 0$ (1), при $z = H$ (2)

Из Рисунка видно, что транзитные потоки нарушают равновесное распределение концентраций вблизи питания, но почти не искажают распределение на уровне отбора. Также представляет интерес зависимость концентрации от осевой координаты вдоль транзитных потоков (Рис. 4).

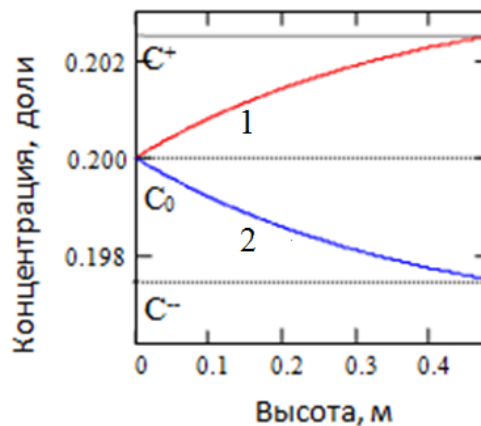


Рисунок 4 – Зависимость концентрации по высоте: при $r^* = R^*$ (1), при $r^* = 1$ (2)

Рисунок иллюстрирует вклад единицы длины центрифуги в повышение содержания ценного изотопа в смеси. Из Рисунка становится ясно, нет смысла увеличивать длину ротора, что подтверждает оптимальность найденного потока питания.

Заключение

В работе получено, что наличие центрального тела заметно влияет на распределение давления в прямоточной газовой центрифуге, снижает азимутальную скорость газа и уменьшает радиальный градиент давления. Все это приводит к уменьшению переноса изотопа между транзитными потоками, а разделительная мощность уменьшается на 7,5 %.

Установлено, что оптимальное радиальное положение внутреннего транзитного потока при наличии центрального тела смещается к периферии ротора на 2,3 мм. по сравнению с его оптимальным положением без центрального тела

В результате показано, что технология применения газовых центрифуг может быть использована для получения десятого изотопа бора.

Библиографический список

1. Рисованый В. Д. Кому нужен изотоп ^{10}B ? / В. Д. Рисованый // ProAtom : информ. агентство. – Режим доступа: <http://www.proatom.ru/modules.php?name=News&file=article&sid=801>.
2. Физические основы разделения изотопов в газовой центрифуге : учеб. пособие для вузов / В. Д. Борисевич [и др.] ; под ред. В. Д. Бормана. – Москва : МЭИ, 2011. – 275 с.
3. Ландау Л. Д. Теоретическая физика : учеб. пособие. : в 10 т. : Т. 6. Гидродинамика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – 3-е изд. – Москва : Физматлит, 2001. – 736 с.
4. Cohen K. The Theory of Isotope Separation as Applied to the Large-scale Production of ^{235}U / K. P. Cohen. – New York : McGraw Hill, 1951. – Vol. 1, l. 2. – 165 p.